

生徒の学びがつながる数学科授業

本巣郡中学数学部会 本巣郡北方町北学園

川瀬直広

1 研究のねらい

北方町立北学園・南学園の両学園は、開校3年目を迎える義務教育学校である。

一般の中学校の1～3年生に当たるのが7～9年生で、7年生は5・6年生と共に「思考力・表現力を育む」ことを目的とした2部、8・9年生は、「個性を伸ばす」3部を構成している。

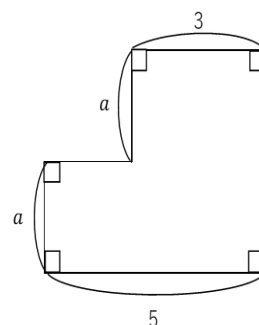
(中学1～3年生を以下、7～9年生とする。)

しかし現状では、8・9年生で個性を伸ばす指導が十分になされているかといえ、そのツールとなる基礎学力や、2部で培うことを目標としている思考力や表現力に不十分な部分もある。

私たち両学園の数学部は、小中一貫した教育の場を生かして、学習内容や生徒の学習の状況を交流し、生徒の学びがつながり、生徒自身、見通しをもって安心して学ぶことができる数学科の授業を構想していくこととした。

7年生の学習内容である文字と式の計算の指導場面では、4年生で学習したL字型の図形の面積を求める問題を、図1のように一部の辺の長さを文字で置き換えたものを教材として扱った。生徒は、当時の学習を想起し、8通りの式で表わすことができた。例えば、大きな長方形から、欠けた部分の面積を引くと考えれば、L型の図形の面積は $5(a+a)-2a$ となる。これは、上下2つの長方形に分けて合わせた $5a+3a$ と同じ式になる。同様に、8通りの考え方による式が全て一致するが、「どのように考えたらそのような計算になるのか」と問うことで、立式の根拠を追究すること

ができた。このように、同類項をまとめる計算の学習に、既習の学習をつなぐことで、安心感をもって、学習に取り組んでいくことができると考えた。



【図1 L字型の図形】

以上のことから、本主題の「生徒が学びをつな

げる」とは、既習の内容に帰着し、新たな学びに対して意欲的に取り組む姿である。本研究は、本時の学びと既習をつなげる場面に重点を置き、生徒が振り返る姿や振り返った内容を分析することで、系統立てて学びをつなげる授業の在り方を検討していくこととした。

2 研究方法

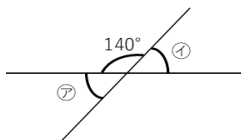
義務教育学校の特性を活かしながら、7・8・9年生で、「学びがつながる数学の授業」を実践するにあたって、次のような3つの仮説を立てた。

- ①既習の学習内容が想起しやすい教材を提示するなど、学びをつなぐ工夫をすることで、新たな学習にスムーズに接続することができる。
- ②単元や節の目標やゴールとする問題・課題を、単元や節の冒頭で提示するなど、その後の学習に見通しをもたせることで、生徒が各々の納得できる系統性の中で理解を深めることができ、主体的な学びにつながる。
- ③授業の進捗や、学習内容の関連性を明らかにした学習マップを、その都度作成する試みを継続していくことで、生徒が自らの学びのつながりやその意味を自覚し、発展的な学びや学習内容の系統性の理解を促すことができる。

3 研究内容と考察

我々の研究はまだ緒に就いたところではあるが、この機会に、この2年間の実践から、先の3つの研究仮説について実際の取組と検証を試みた。

(1) 既習の学習内容が想起しやすい教材を提示するなど、学びをつなぐ工夫



【図2 対頂角】

中学校の学習内容が小学校の学習内容と重複していることは多く見られる。例えば、8年生「平行と角」では「対頂角は等しい」との説明を求める場面がある。

しかし、このことは4年生での角の学習時に、上図のようにして、対頂角という用語は扱わないものの、向かい合う角は等しいことの説明を学習している。この後に続く平行線における錯角や同位角が等しくなることや、三角形の合同条件についても5年生で扱っている。こうした今、中学生に対して指導しようとする学習内容と、それ以前の学年での学習内容とのつながりを把握し、既習内容を基にして提示していくことが、生徒の新たな学習に対する精神的な不安の軽減になると同時に、「これなら解決できるかも」という学習へ向かう意欲を喚起することにつながると考えた。

次に、7年生「一元一次方程式」の実践の具体と、その後の生徒のたちの振り返りや様子を記載する。

この領域では、4年生までに、数量の関係や法則などを数の式や言葉の式、□や△などを用いた式で簡潔に表したり、式の意味を読み取ったりすることや、公式を用いることを学習している。また、6年生では数量を表す言葉や、□や△などの代わりに、 a や x などの文字を用いて式に表したり、文字に数を当てはめて調べたりすることを学習している。7年生でも、数量の関係や法則などを、文字を用いて式に表している。そこで、4年

生の問題場面をもとに、次のように問題を提示した。

そらはさんは500円玉を出し、140円のお茶と210円のゼリーを買って、おつりを150円もらいました。このことを、下のことばの式にあてはめて、1つの式に表しましょう。

(4年生)



500円をもってお菓子屋さんに行き、買い物をしました。1枚40円のビックカツと1袋60円のえびせんを合わせて10個買いました。

(1) 1袋60円のえびせんを

x 袋買った時の合計の代金はいくらでしょう

問題場面に出会った生徒は、「もしも3袋なら」と既習の学びを活かし、合計の代金を求める式をつくり、えびせんを x 袋買った時を文字の式に表した。

$$60 \times 2 + 40 \times 8 = 440$$

$$60 \times 3 + 40 \times 7 = 460$$

↓

$$60x + 40(10 - x) \quad (\text{円})$$

上の式の $60x$ や $40(10 - x)$ を生徒が仲間に説明する時に、小学校の言葉の式とつないで話したり、小学校の学びからつなぐことで、中学校の文字式とつながりを意識して説明したりする姿が見られた。既習内容とつながるような問題を提示することは、生徒が数量の関係に着目し、言葉や文字を用いて式に表そうとする姿につながったといえる。

(2) 代金が500円ぴったりになりました。

それぞれ何個買ったでしょう。

(2)では、等式 $60x + 40(10 - x) = 500$ の x の変域を $\{1 \leq x \leq 7 \text{ } x \text{は整数}\}$ とし、方程式の x に4、5、6、7を代入すると、 x の値が5のとき

に等式が成り立つ。5以外の数のときは成り立たないので、この5が方程式の解となる。

さらに、左辺を7年生の「文字と式」で学んだことを基に、分配法則を使って括弧を外し、 $20x + 400 = 500$ 、 $20x = 100$ という等式を導き出す生徒もいた。この学習の振り返りを以下に記す。

- ・ $60x$ や $40(10 - x)$ の x に当てはまる数を代入していけば見つかるけど、めんどくさいな。
- ・ 代入して探さなくても、一発で分かる瞬間がある。

生徒の感想は貴重であり、次の学習へのつなぐ言葉となる。次の学習内容は、等式の性質を使いながら方程式を解く学習である。「めんどくさい」の一言から、周りも共感し、どうにか $x = \Delta$ を求める方法はないか考える姿があった。

このように、既習の学習内容を想起しやすい教材を提示することによって、「こう考えたらできるかも」「前の学習を使って」と考え、既習と新たな学びをつなげる姿が増えたといえる。

(2) 単元や節の目標やゴールとする問題や課題を単元や節の冒頭で提示するなどの工夫

8年生の「方程式を利用して問題を解決させよう(連立方程式)」の単元では、連立二元一次方程式を解くには、一元一次方程式に帰着させるために、一方の文字を消去すればよいことに気付く、加減法や代入法による解き方について考察し表現できることをねらいとした。本単元の導入では、2節の「連立方程式の利用」で扱う問題を、1節の「連立方程式とその解き方」の第1時に提示し、単元の終末問題を提示した。

また、第3時には、一方の文字の項の係数の絶対値が等しい連立方程式($2x + 5y = 600$ 、 $2x + 3y = 480$)を扱った。生徒たちは、2つの等式の違いを考え、どちらの等式にも左辺には $2x + 3y$ が含まれていることに気付く、 y 1つあたりの数量を求めようと考えた。ここで、等式の性質を利用

して、 $2x + 5y = 600$ の両辺から $2x + 3y$ と、それに等しい480を引くことで、文字を1つ消去することができ、既習の一元一次方程式($2y = 120$)に帰着して、 $y = 60$ と文字の値を求めることができた。その値を二元一次方程式に代入することで、もう一方の文字の値を求めることができ、連立方程式を解くことができた。「つまりどうしたら連立方程式は解けるのかな」と問うと、「文字を1つ消去して、7年生で学習した一元一次方程式にすればよい」という答えが返ってきた。既習に立ち返り、解決する経験を積み重ねることで、新たな問題に出合った時にも既習を使って解決できないかなと考えられる生徒を育てることにつながっていくことが分かった。

授業後半では、終末問題に挑むことで、本時の学びを活用することで、終末問題の解決に結びつく糸口はないかと考えることができた。そこには、学びを振り返る姿があったり、今後の学びへとつながるような新たな問題を発見したりする姿があった。「既習の形にしたらできるかも」と考え、学びをつなげようとする姿があった。

このように、単元末の授業で提示する問題を終末問題とすることで、既習の等式の性質を用いて考えることができた。また、学びをどのような場面でどう活用するのかをイメージしながら学ぶことができると考えた。

(1) $x^2 = 36$	平方根を使って解く問題
(2) $x^2 - 16 = 0$	
(3) $x^2 - 6 = 0$	因数分解の考えを使って解く問題
(4) $4x^2 - 3 = 0$	
(5) $(x + 2)^2 = 49$	
(6) $(x - 2)(x + 4) = 36$	因数分解ができない問題 → 解の公式につなげる
(7) $x^2 - 6x + 5 = 0$	
(8) $x^2 = 18x$	
(9) $x^2 + 6x + 2 = 0$	
(10) $(x + 3)^2 = 7$	共通因数をくり出してから解く問題
(11) $x^2 + x - 1 = 0$	
(12) $3x^2 - 6x + 2 = 0$	
(13) $5x^2 + 30x = -25$	

【図3 二次方程式の問題とその構成】

次に9年生の二次方程式での実践を記載する。

二次方程式の解法の学習にあたって、中学校で扱われる二次方程式のすべての形を「これまでの考えで解けるものに挑戦してみよう」と、図3のように問題を提示した。単元や節の目標やゴールとする問題や課題を単元や節の冒頭で提示し、挑戦できそうなものから挑戦させ、その解決方法を共有する学習は、生徒自らが学習の見通しをもつことができ、それに沿って学習を進めることで主体的になると考えたからである。以下は生徒の学習の様子である。

2次方程式を(効率的に)解く方法を考えよう。

(1) $x^2=36$ ← 移項
 $x=\pm 6$
 $(6)^2=36, (-6)^2=36$
 $36=36$

(2) $x^2-16=0$
 $x^2=16$
 $x=\pm 4$

(3) $x^2-6=0$
 $x^2=6$
 $x=\pm \sqrt{6}$

(4) $4x^2-3=0$
 $4x^2=3$
 $x^2=\frac{3}{4}$
 $x=\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $(x+2)^2=49$
 $x+2=\pm 7$
 $x=7-2$
 $x=5$
 $x=-7-2$
 $x=-9$

左辺 = 右辺

【図4-1二次方程式の計算 生徒のプリント1】1

図4-1は、これまでの一元一次方程式の学習や平方根の学習を生かして、二次方程式を解いた生徒のプリントの記述である。左辺を x の形にするために、2乗の反対の操作をすればいいことに気づき、平方根の学習を生かそうと考えた。さらに、+9の平方根が+3と-3であることを想起し、解が2つあることに気付くことができた。 $(x+2)^2=49$ のように、かっこの中が多項式になっている場合は、代入を使って $x=5$ と求めることができた。

図4-1の(1)のように、もう1つ解があると考えて、2つ目の解を求めることができた。

(1)で解が二つになりそうだと気付いていたことで、代入を使って求めることよりも、効率的な解き方を見つけようとする姿が表れた。そして、因数分解のように、かっこの中を文字に置き換えて考えることで、(1)と同じように解けることが分かった。これまでの学習を生かして問題を解決することができた姿であるといえる。

(5) $(x+2)^2=49$
 $x^2+4x+4=49$
 $x^2+4x+4-49=0$
 $x^2+4x-45=0$
 $(x-5)(x+9)=0$
 $x=5, x=-9$

まず、 $(x+2)^2$ を展開して x^2+4x+4 の形にして、49を左辺へ移項する。二次方程式
 $x^2+4x+4-49=0$ は $x=0$ の形にはないから $(x-5)(x+9)=0$ の形に因数分解して、 $x=5$ と $x=-9$ の2つの解を出す。
 $(x-5)(x+9)=0$ の形にすると、 $x=5$ と $x=-9$ の2つの解を出す。

【図4-2二次方程式の計算 生徒のプリント2】

図4-2は、 $(x+2)^2=49$ を因数分解して解いた生徒の記述である。展開や因数分解の学習を生かして、「 $(x+2)^2$ を展開して(左辺)=0の形にし、因数分解したあとに、どの数に0をかけても0になるから、 $0 \times \square$ の形になる x の値を求められる」ことを、順序立てて説明している。

(9) $x^2+6x+2=0$
 $x^2+6x+9=7$
 $(x+3)^2=7$
 $x+3=\pm\sqrt{7}$
 $x=-3\pm\sqrt{7}$
 同じ数を加えても答えは変わらない

(10) $(x+3)^2=7$
 $x+3=\pm\sqrt{7}$
 $x=-3\pm\sqrt{7}$
 平方根

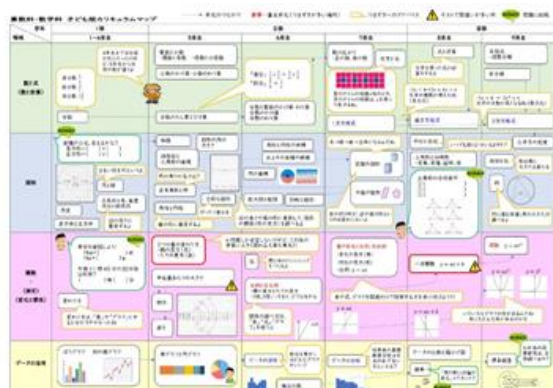
【図4-3二次方程式の計算 生徒のプリント3】

「これまでの学習を生かして解こう」と、一度にすべての問題を提示したことで、生徒は、プリントに記述したり、仲間に説明したりする時にこれまでの学習を使って説明しようとする姿が増えた。また、前後の問題と比べて考えたり、前単元のノートを振り返ったりすることで、問題を解決しようとする姿があった。図4-3は、 $x^2+6x+2=0$ のように、左辺がそのままでは因数分解できない二次方程式を解いた生徒のプリント記述の一部である。

このように、単元や節の目標やゴールとする問題や課題を単元や節の冒頭で提示し、挑戦できそうなものから挑戦させ、その解決方法を共有する学習は、生徒自らが学習の見通しをもつことになり、それに沿って学習を進めることで主体的になると同時に、学びがつながっていくこととなった。

（３）授業の進捗や学習内容の関連性を明らかにした学習マップ作成の継続

単元構想図は町内の職員で編成する１５年間カリキュラム実践部会を中心に、“小中一貫カリキュラム”を作成し活用している。これにより教員が、数学の系統性を意識して授業を行っている。活用の実態として、単元をつなげようとする意識が希薄であるところを課題とした。そこで、５年生以上の児童生徒を対象とした『子ども版カリキュラムマップ（図５）』を作成した。



【図５ 子ども版カリキュラムマップ】

タブレット端末に配付し、単元の導入や終末に見ることで、既習内容と今の学習内容、そして、これからの学習内容がどのようにつながるのかが分かるようになっている。

これらを活用することで、生徒が単元に見通しをもち、ゴールとその先が見える授業になる。例えば、「数と式」領域では、小学校の算数科から単元の構造は変わらず、新しい数の世界に出会い、その表し方を知り、その数の加減乗除の計算の仕方を考える流れである。最後には、その数を日常生活と結びつけ、その数を利用して問題解決する。よって、生徒から「次は計算だな」「まずは足し算からでしょう」というように、自ら学ぶ道を見つけていく姿を目指していく。

９年生「数の世界をさらにひろげよう（平方根）」の実践では、７年生「数の世界をひろげよう（正負の数や累乗）」の学習とつながるように考えた。無理数を理解する上で、有理数とつなげ、数の範囲を拡張していく。授業では、方眼用

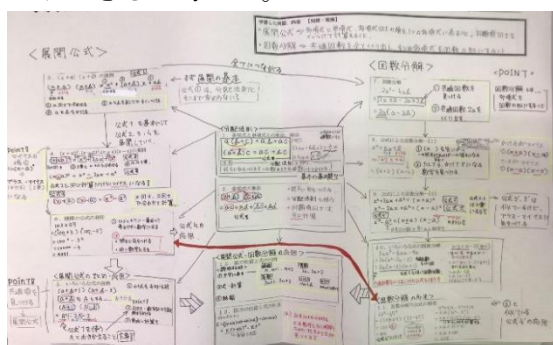
紙に面積が 1cm^2 、 2cm^2 、 3cm^2 …となる正方形をかいた。一辺の長さが何cmになるのか考えていくことで平方根に出会うものとした。

T：中学になり、数の世界が広がったこと覚えている。小学校までは、 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots$ だったけど
S：負の数 S：二乗する
T：㉗数直線をかいて、0より小さい数を知り、足し算や引き算をしたね。
T：さあ、今日からまた、新しい数の世界を知っていくよ。
(省略)
T： 1cm^2 と 4cm^2 は作れたね。
S：2の2乗だもん。2乗がないのは作れない。
T：じゃあ、㉘間の 2cm^2 は作るのはいらないかな？
S：㉘作れないよ。だって、ある数の2乗になるには、 1×1 、 2×2 とか。同じ数の2乗が2になるなんて無理だよ。
S：あ、三角形で考えたらできる。
(方眼紙に 2cm^2 の正方形をかく)
T：この三角形は 1cm^2 の正方形の半分だね。何かの半分って考えを使ったら、 $1 \cdot 4 \cdot 9\text{cm}^2$ 以外の正方形もできるかもしれないね。さらに今日は、この一辺の長さが何cmになるかまで調べてね。
(中略)
S： 4.2cm じゃない S： 4.3cm になった
T： 18cm^2 のとき、一辺の長さが 4.2cm と 4.3cm となっている。計算して 18cm^2 になっているか確かめてみよう。
S： $4.2 \times 4.2 = 17.64$ S： $4.3 \times 4.3 = 18.49$
S：どっちも微妙にちがう。
T：次回は？
S：㉙ 18cm^2 の一辺の長さの表し方を知りたい。

【図６ ９年生 授業記録（抜粋）】

図６の㉗のように、今までの数を振り返る中で、数学の数の表し方をどのように学んだか振り返った。生徒の中には、新たな数との出会いに予想を立てる者もいた。問題提示では、生徒から既習内容を引き出すために、 1cm^2 や 4cm^2 など、ある数の2乗になる正方形を共有した。㉘の問いは、どんな既習を基にして無理と考えているのか問うことで、㉙のように今までの数の世界で考えると 2cm^2 は表現できないことに気付かせることができた。しかし、正方形の 2cm^2 や 18cm^2 を作図できた。よって、生徒は、一辺の長さがあるにもかかわらず、数で表現できないもどかしさを味わうこととなる。㉙の生徒のように早く新たな数を学びたいと感じ、新たな数に出会った時の「分かった」という嬉しさと「他にもできる」と自ら発展的に問題に取り組もうとする姿は、主体的だったといえる。特に、新しい数に出会う際には、その

数が既習では表すことができないことを踏まえながら学ぶことで、数の世界が広がることを楽しむことができる。また、㊦で述べたように、新たな数に出会いにともなって、これからどんな学びがあるのかを、生徒はカリキュラムマップを基に考えた。そうすることで、数の大小、数の表し方の約束、数の計算、数の利用など、生徒が単元の計画を立て、次に何を学ぶのか、なぜ学ぶのかを明確にしながらゴールが見える授業になった。数学の見方・考え方を育むためには、学習内容を俯瞰的にとらえることも効果的であると考えている。生徒が、学習関連図 (MathematicsConnection) を作成しながら、学習内容の系統性をつかんだり、既習内容を想起しようとする考え方を身に付けたりできると考えた。



【図 7-1 MathematicsConnection】

MathematicsConnection を作成するにあたり、準備してきたことは、毎時間の振り返りの書き方の指導である。“できたこと”“わかったこと”のみを書きがちな振り返りを、数学に関連した記述にさせないと、数学の見方・考え方を認知できないからである。「今日の学習内容のポイント(コツ)はここ!」「他の考えからなるほど!」「既習内容とのつながりはここ!」の3点のいずれかに絞っ

文字の部分が同じ項を1つの項にまとめ簡単にできることは、分配法則を基に考えると、 $2 \times a + 6 \times a = (2 + 6)a$ となる。よって、同類項をまとめて計算することができる。異なる文字をもつ項では、分配法則が使えないため、まとめることができない。

【図 7-2 MathematicsConnection】

て書けるように指導した。7年生の文字式 ($3a + 5a = 8a$) では、次のようにまとめた。

このような“MathematicsConnection”を生徒が作成することを継続してきたことで、既習内容に帰着して考えようとする姿が見られるようになってきた。数学の見方・考え方を認識し、学習関連図をまとめる学習を積み重ねていくことで、生徒自身が既習内容を系統的にとらえ直し、学び方を整理する姿が見られるようになった。

4 成果と課題

○生徒の学びがつながっていくような教材や指導を工夫することは、生徒自身が見通しをもって学習することになり、学習への意欲化につながっていった。中でも、小学校時代の学習内容とつながることでの意欲化の効果は大きかった。

○節や単元の終末をイメージできるような教材や課題の工夫は、見通しをもたせることに効果があり、学びを主体的につないでいき、各自の筋道に沿った理解を促していくこととなったと思われる。

○MathematicsConnection を活用し、本時の学習内容とつながりがある既習の学びは何があるのかを意識することで、既習を系統立ててとらえ直し、学びを整理することができた。

●小学校6年間の算数、中学校3年間の数学の学習内容の系統性と、実際にどのように指導がなされているのかを、私たち指導者が可能な限り理解して、学びの繋がりをつけられるようにしていく余地がある。

●私たちの指導が知識・技能の観点に偏りがちな面はまだまだ払拭されない。見方や考え方の系統性と言う視点をもった学びのつながりを考えていく必要がある。

5 参考文献

市川伸一 (1998)

『開かれた学びへの出発 21 世紀の学校の役割』

pp. 128

北方町教育委員会 (2022)

『令和 7 年度改訂版 北方町小中学校小中一貫カリキュラム』 pp. 13-18

佐伯胖 (2018)

『「学ぶ」ということの意味』

新編 新しい算数 4 下 東京書籍 (2024)

田中博史・尾崎正彦・山本順一(2022)

『算数授業のあたり前を「子どもの姿」から問い直す Re デザイン問題解決の授業』

奈須正裕 (2017)

『教科の本質を見据えたコンピテンシー・ベースの授業づくりガイドブック—資質・能力を育成する 15 の実践プラン—』 pp. 14-27

堀本泰寛 (2024)

『生徒自ら数学の見方・考え方を働かせる数学の授業—個別最適な学びと協働的な学びを一体的に充実させる実践を通して—』

(数学教育第 132 号) pp. 15-21

文部科学省(2017)

『中学校学習指導要領 数学編』